

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАТЕРИАЛОВ И ПРОЦЕССОВ

УДК 621.763:004

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА МЕХАНИЧЕСКОГО СПЛАВЛЕНИЯ В ШАРОВЫХ МЕЛЬНИЦАХ

Часть II. Расчет контактной площадки между мелющими телами и времени удара (окончание II ч.)*

Е. В. ШЕЛЕХОВ, Т. А. СВИРИДОВА

МИСиС

Разработана физическая модель механоактивационной обработки для планетарной мельницы с шаровой загрузкой, в которой объединены представления Герца о чисто упругом ударе с представлениями Мориса—Кортни о чисто пластическом ударе, т. е. совершен переход к упругопластической деформации при ударе. В данной модели переход от упругого удара к пластическому происходит, если нормальное упругое напряжение достигает значения твердости обрабатываемого материала, а вязкость пластического течения порошка ограничивает величину сдвиговой деформации при тангенциальном ударе.

Влияние вязкости на нормальную компоненту удара

О влиянии вязкости на тангенциальную компоненту удара говорилось выше: в этом отношении вязкость имеет определяющее значение, так как именно она задает верхний предел величины пластического сдвига, который может быть передан контактной зоне. Однако вязкость может играть заметную роль и при нормальном ударе.

Неучет вязкости, т. е. внутреннего трения, возникающего при скольжении друг по другу соседних слоев материала, движущихся в пластическом потоке с несколько различающимися скоростями, является существенным недостатком подхода Мориса и Кортни при определении пластической деформации обрабатываемого материала. Описанное выше напряжение H_V , возникающее при погружении твердого шара в обрабатываемый материал, существует лишь в пределе медленного течения, т. е. при скоростях пластического потока $\mathbf{v} \rightarrow 0$. Если шар погружается в материал не бесконечно медленно, то возникает дополнительное (сверх H_V) напряжение, или давление, тем большее, чем выше скорость движения шара. При высоких скоро-

стях шара вязкое сопротивление становится основным. Вопрос о существенности вязкой поправки при скоростях шаров, достигаемых в шаровой мельнице, остается открытым.

Пусть $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ — поле скоростей потока в несжимаемой жидкости, т. е. $\text{div } \mathbf{v} = 0$. При наличии градиента скоростей потока возникает вязкое трение, приводящее к появлению тензора напряжений

$$\sigma_{ij} = \eta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \quad (45)$$

где η — (динамическая) вязкость.

С использованием принятых ранее обозначений $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \xi(\mathbf{r}_0, t)$; $\mathbf{r}_0 = \text{const}(t)$ — радиус-вектор точки (атома) в исходный момент времени $t = 0$; ξ — вектор смещений при пластическом течении. Отсюда $\mathbf{v} = \frac{\partial \xi}{\partial t}$. Тензор деформаций

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\xi_{i,j} + \xi_{j,i}), \quad (46)$$

где $\xi_{i,j} = \frac{\partial \xi_i}{\partial x_{0j}}$, но в исходный момент времени $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$, т. е. $x_{0j} = x_j$. Поэтому при $t = 0$ имеем на основе (45) и (46)

$$\sigma_{ij} = 2\eta \varepsilon_{ij}, \quad (47)$$

* Часть I статьи опубликована в журнале "Материаловедение" № 9, 10, 2007 г.; начало части II — № 11, 2007 г.

где точка означает $\frac{\partial}{\partial t}$, т. е. сила сопротивления деформации, порождаемая вязкостью, пропорциональна скорости деформации.

Заметим при этом, что жидкость не оказывает никакого сопротивления, если ее деформировать медленно, так как для нее предел текучести и H_V равны нулю. Поэтому напряжения (45), порождаемые вязким течением, должны быть приплюсованы к H_V .

В простейшем "жидкоподобном" приближении предполагаем, что дополнительные к статическому напряжению H_V динамические напряжения имеют вид суммы гидростатического давления p и напряжений вязкого течения (45), т. е.

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \eta(v_{i,j} + v_{j,i}). \quad (48)$$

В пренебрежении объемными силами (гравитацией и силой инерции) сила, действующая на элементарный объем ΔV , равна

$$\Delta \mathbf{f} = \Delta V \sigma_{ij,j} \mathbf{e}_i \quad (49)$$

откуда условие равновесия микрообъема $\Delta \mathbf{f} = 0$ примет хорошо знакомый из теории упругости вид

$$\sigma_{ij,j} = 0 \quad (50)$$

при любом i .

Подставляя (48) в (49), получим

$$\Delta \mathbf{f} = \Delta V [-p_{,i} + \eta(v_{i,jj} + v_{j,ij})] \mathbf{e}_i \quad (51)$$

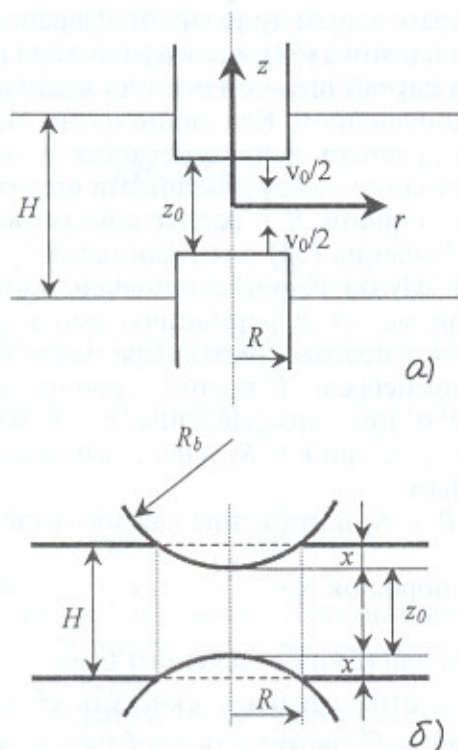


Рис. 4. Схемы цилиндров-инденторов (а) и шаров-инденторов (б)

Поскольку $p_{,i} \mathbf{e}_i = \text{grad } p$, а $v_{j,i} = (v_{j,i})_{,i} = 0$, так как $v_{j,j} = \text{div } \mathbf{v} = 0$, то, приравнявая $\Delta \mathbf{f} = 0$, приходим к уравнению Навье—Стокса для случая очень вязкого (η велика) потока:

$$\nabla p = \eta \nabla^2 \mathbf{v}. \quad (52)$$

Нижеприведенный расчет в свою очередь будет сделан в весьма грубом приближении. Для начала, с целью максимального упрощения задачи, заменим инденторы-шары на инденторы-цилиндры радиуса R , движущиеся сквозь слой порошка толщиной H торцами навстречу друг другу (рис. 4, а).

Начало отсчета цилиндрической системы координат находится на оси цилиндров в центре слоя порошка. Поле скоростей потока $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ в материале-псевдожидкости определим для момента времени, когда зазор между цилиндрами равен z_0 , а скорость сближения цилиндров, или поршней, равна v_0 (по $\pm v_0/2$ у каждого в выбранной системе координат). Из-за наличия цилиндрической симметрии задачи по азимутальному углу φ ничего не меняется

($\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$) и компонента скорости потока $v_\varphi = 0$. Отличны от нуля только компоненты v_r и v_z . Кроме того, имеется плоскость симметрии задачи $z = 0$, т. е. срединная плоскость слоя порошка. Поскольку материал несжимаем и предполагается, что он ведет себя как вязкая жидкость, т. е. прилипает к поверхности движущихся в нем объектов (скорости потока у поверхностей совпадают со скоростями движения самих поверхностей), а также в силу симметрии должны выполняться условия:

$$\begin{aligned} \text{div } \mathbf{v} &= \frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0; \\ v_r &= 0 \text{ и } v_z = \mp v_0/2 \text{ при } z = \pm z_0/2; \\ v_z &= 0 \text{ при } z = 0. \end{aligned} \quad (53)$$

Условиям (53) удовлетворяет поле скоростей потока (в безразмерных координатах $x = r/z_0$, $y = z/z_0$):

$$\begin{aligned} v_r &= -3v_0x \left(y^2 - \frac{1}{4} \right); \\ v_z &= v_0y \left(2y^2 - \frac{3}{2} \right). \end{aligned} \quad (54)$$

Выражения (54) справедливы лишь в пространстве между торцами цилиндров, т. е. при

$|z| \leq z_0/2$ и $r \leq R$. Оставляя в стороне вопрос о единственности решения (54), подставим это поле скоростей потока в правую часть уравнения (52), которое в цилиндрической системе координат при условии $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$ принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial r} &= \eta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) + \eta \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2}; \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= \eta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}. \end{aligned} \quad (55)$$

В результате подстановки получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial r} &= -\eta \frac{3v_0}{z_0^2} \left[\frac{y^2 - \frac{1}{4}}{x} + 2x \right]; \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= \eta \frac{12v_0}{z_0^2} y. \end{aligned} \quad (56)$$

Из первого уравнения (56) для торцов цилиндров, т. е. при $y = \pm \frac{1}{2}$, имеем

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -\eta \frac{6v_0}{z_0^2} r, \quad (57)$$

откуда, сделав еще одно грубое допущение, что $p = 0$ на окружности торцов цилиндров, т. е. при $r = R$, получим распределение давления по радиусу r на торцах:

$$p(r) = \eta \frac{3v_0}{z_0^2} (R^2 - r^2). \quad (58)$$

Последнее допущение о том, что $p = 0$ на кромке поршней, будет выглядеть более оправданным при переходе от цилиндров к шарам-инденторам, так как R там будет равно радиусу контактной площадки, расположенной на границах слоя порошка, т. е. при $z_0 = H$.

Интегрируя (58) по площади поршня, получим дополнительную к $H_V \pi R^2$ силу сопротивления движению, которую испытывает каждый из цилиндров:

$$F = \int_0^R p(r) 2\pi r dr = \eta \frac{3v_0}{z_0^2} \frac{\pi}{2} R^4. \quad (59)$$

Сила (59) обусловлена вязким трением течения материала, выдавливаемого из пространства между поршнями. Для преодоления этого трения требуется создание избыточного давления (58) на торце каждого из цилиндров.

Заметим, что сила (59) пропорциональна скорости сближения цилиндров v_0 и обратно пропорциональна кубу зазора z_0 между их торцами. Последнее обстоятельство и приводит к тому, что если слой порошка тонок, т. е. отношение объемов порошка и шаров δ мало, то материал оказывает огромное сопротивление выдавливанию из-под поршней, а степень его деформации, т. е. эффективность помола, падает. Однако, и это важно подчеркнуть, сказанное справедливо только в том случае, если порошок прилипает к поршням, т. е. отрыва обрабатываемого материала от мелющих тел в процессе удара не происходит.

Стоит также отметить, что параболический рост давления (58) от нуля на кромке поршня до

$$p_0 = \eta \frac{3v_0}{z_0^2} R^2 \quad (60)$$

в его центре может привести к ситуации, когда $H_V + p_0 > H_{Vb}$, где H_{Vb} — твердость шара, хотя $H_V < H_{Vb}$, т. е. к возникновению зоны пластической деформации шара в центре площадки контакта.

Перейдем от цилиндрических инденторов к инденторам-шарам (рис. 4, б). Перенос поля скоростей потока (54), полученного для цилиндров, на случай шаров, конечно, является еще одним допущением. Как видно из рис. 4, б, под зазором z_0 теперь подразумевается минимальное расстояние между макушками шаров, а под радиусом поршня R — радиус контактной площадки. Решение (54) для цилиндров будет работать в случае шаров с меньшей погрешностью при малых деформациях, когда $z_0 \approx H$, т. е. когда непостоянством зазора между шарами можно пренебречь. С другой стороны, предположение о том, что давление $p = 0$ на краю поршня, т. е. при $r = R$, теперь выглядит более очевидным.

При $R \ll R_b$ погружение каждого отдельного шара в порошок $x = \frac{R^2}{2R_b}$, зазор $z_0 = H - 2x$,

скорость движения отдельного шара $\dot{x} = v_0/2$, где v_0 — относительная скорость сближения пары шаров. С учетом этого добавим к силе сопротивления движению отдельного шара

$H_V \pi R^2$ силу (59) и получим уравнение движения шара:

$$M_b \ddot{x} = -H_V 2\pi R_b x - \eta \frac{12\pi R_b^2}{(H-2x)^3} x^2 \dot{x}, \quad (61)$$

где $M_b = \frac{4}{3} \pi R_b^3 \rho_b$ — масса шара. Для случая малых деформаций $H - 2x$ можно заменить на H . Вводя $\omega^2 = 2\pi R_b H_V / M_b$, "вязкое время" и $A = \frac{6R_b \tau_V}{H^3}$, уравнение (61) можно переписать в виде:

$$\ddot{x} = -\omega^2(x + Ax^2 \dot{x}). \quad (62)$$

Начальные условия: $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = v_b/2$, где v_b — относительная скорость шаров до удара.

Крайне важным является вопрос о прилипании обрабатываемого материала к поршню, или, соответственно, о проскальзывании относительно него, т. е. о достаточности нормальной силы прижима для передачи касательных напряжений в материал. В статическом состоянии максимальное нормальное напряжение, которое можно приложить к твердому телу, равно H_V . Соответственно, максимально возможное касательное напряжение составит ξH_V , где ξ — коэффициент трения.

Для того, чтобы отрыва материала поршня не происходило, должно выполняться условие

$$\xi H_V \geq \eta \left| \frac{\partial v_r}{\partial z} \right|, \quad (63)$$

поскольку согласно (54) $\frac{\partial v_z}{\partial r} = 0$. Из этих же уравнений следует, что при малых деформациях, когда $z_0 \approx H$, имеем $\frac{\partial v_r}{\partial z} = -\frac{3v}{H^2} r$, т. е.

$$\left| \frac{\partial v_r}{\partial z} \right|_{\max} = \frac{3v}{H^2} R, \quad (64)$$

где R — радиус поршня (контактной площадки шара); v — относительная нормальная скорость сближения шаров.

Если поправки на вязкость рассматривать как возмущение, то для невозмущенного движения по модели Мориса—Кортни сближе-

ние шаров $x = x_0 \sin \omega t$; $v = v_0 \cos \omega t$;

$$x_0 = R_b \frac{v_0}{c_v}; R = \sqrt{R_b x}, \quad \text{откуда} \quad (vR)_{\max} = v_0 R_b \sqrt{\frac{v_0}{c_v}} \left(\frac{4}{27}\right)^{1/4}.$$

Теперь (63) можно переписать в виде

$$\tau_v \leq \frac{\xi H^2}{1,86 v_0 R_b \sqrt{c_v}}. \quad (65)$$

Заметим попутно, что при очень тонком слое порошка H или большой скорости столкновения шаров v_0 отрыв неизбежно происходит. Посмотрим, однако, какое максимальное динамическое давление (60) в центре поршня может быть достигнуто при выполнении условия "неотрыва" (65). Согласно (60),

$$p_0 = \eta \frac{3vR^2}{H^3}. \text{ Из уравнений движения Мориса—}$$

Кортни вытекает $(vR^2)_{\max} = \frac{v_0^2 R_b^2}{2c_v}$. Отсюда

следует $p_0 \leq \frac{3}{2} \eta \frac{v_0^2 R_b^2}{c_v H^3}$. С учетом ограничения

максимального значения вязкости η , накладываемого условием (65), имеем

$$\frac{p_0}{H_V} \leq 0,8 \xi \frac{R_b}{H} \sqrt{\frac{v_0}{c_v}}. \quad (66)$$

Например, при $\xi = 0,8$; $H = 0,2$ мм; $R_b = 3$ мм; $v_0 = 2,5$ м/с; $c_v = 250$ м/с получим, что p_0 может достигать значения H_V , т. е. суммарное давление в центре поршня (на макушке шара) доходит до $2H_V$.

Отрыв обрабатываемого материала от поршня значительно облегчает и ускоряет пластическое течение, так как при этом нет большого градиента скоростей потока в материале (радиальная скорость v_r у поверхности шара может быть почти такой же как и в среднем слое порошка). Снижается вязкое сопротивление движению шара и уменьшается поправка на вязкость.

Заметим, что вклад вязкости в сопротивление деформации можно оценить в экспериментах по свободному падению твердого стального шара на пластину из исследуемого материала, под которой находится твердая стальная наковальня. Согласно модели Мориса—Кортни, диа-

метр отпечатка D связан с диаметром шара D_b

соотношением $D = \sqrt{2} D_b \sqrt{\frac{v_0}{c_v}}$, где $v_0 = \sqrt{2gh}$; h —

высота падения; g — ускорение свободного падения. Таким образом, $D \sim h^{1/4}$, т. е. D увеличивается в 2 раза при увеличении высоты падения в 16 раз (например, с 20 до 320 см). В случае заметной роли вязкого сопротивления зависимость D от h будет более медленной (например, D вырастет не вдвое, а в полтора раза). Произведенная выше оценка вязкого сопротивления относилась к случаю тонкого слоя материала, так что должно выполняться условие $H \ll D_b$, где H — толщина пластины. При падении с высоты 320 см, правда, $v_0 = 8$ м/с, что несколько больше скорости соударения шаров, и роль вязкости должна стать более заметной.

Вязкость, вероятно, зависит от степени наклепа материала (размера зерна, характера распределения и плотности дислокаций) и резко падает с ростом температуры. При степенной зависимости скорости сдвига от касательного напряжения вязкость окажется зависящей и от скорости деформации.

Как видно из (4), включение тангенциальной компоненты ударов в пластическую деформацию происходит при $\tau_v \leq t_p$, где t_p — время пластической стадии удара, т. е. при $\tau_v \leq 10^{-5}$ с.

В качестве примера экспериментального определения τ_v приведем [5], где значение вязкости частично закристаллизованных объемных аморфных сплавов на основе Zr измерялось при 380 °С и скоростях деформации $\dot{\epsilon} = 10^{-4} \dots 10^{-2}$ с⁻¹. При этом увеличение $\dot{\epsilon}$ на два порядка приводило в сплаве с наибольшим содержанием кристаллической фазы к снижению вязкости на 1,5–2 порядка, т. е. η менялась в интервале $10^{12} \text{—} 10^{10}$ Па·с. Экстраполяция вязкости на характерную для мельницы скорость деформации $\dot{\epsilon} = v/H = 10^4$ с⁻¹ ($v = 1$ м/с; $H = 100$ мкм) дает $\eta \sim 10^5$ Па·с, что при значении твердости $H_V \approx 10$ ГПа приводит к оценочному значению "вязкого времени" $\tau_v = \eta/H_V \sim 10^{-5}$ с.

Заключение

Разработана физическая модель механоактивационной обработки для планетарной мельницы с шаровой загрузкой, в которой объединены представления Герца о чисто упругом ударе с представлениями Мориса—Кортни о чисто пластическом ударе, т. е. совершен переход к упругопластической деформации при ударе. Для описания упругой стадии удара введено псевдогерцевское приближение для упруго-неоднородной среды, учитывающее тот факт, что мелющие тела покрыты слоем компактированного порошка, причем упругие свойства этих двух сред могут сильно различаться. В рамках упругопластического подхода лобовой удар до некоторой критической скорости столкновения остается чисто упругим, т. е. не приводит к пластической деформации контактной зоны. Пластическая деформация происходит, если развиваемое при ударе нормальное упругое напряжение достигает значения твердости обрабатываемого материала. При этом начинается пластическое течение материала, т. е. он переходит в состояние, подобное вязкой жидкости. В предлагаемой модели именно с этого момента тангенциальная компонента скорости столкновения начинает давать вклад в пластическую деформацию контактной зоны. При этом значение вязкости (или пропорционального ей "вязкого времени") определяет верхний предел тангенциального сдвига. Учет сопротивления вязкому течению материала при конечной скорости деформации приводит также к уменьшению пластической контактной площадки при нормальном ударе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уракаев Ф. Х., Болдырев В. В. // Неорг. матер. 1999. Т. 35. С. 248–256.
2. Maurice D., Courtney T. H. // Metall. Mater. Trans. A. 1995. V. 26 P. 2431–2444.
3. Шелехов Е. В., Свиридова Т. А. Компьютерное моделирование процесса механического сплавления в шаровых мельницах. Ч. I. Кинетико-статистическая геометрия изменений в обрабатываемом материале в процессе механического сплавления // Материаловедение. 2007. № 9, 10.
4. Wei Q., Cheng S., Ramesh K. T., Ma E. // Materials Science and Engineering. A381. 2004. P. 71–79.
5. Gravier S., Blandin J. J., Pelletier J. M., Doisneau B. // Abstracts of 13th International Symposium on Metastable. Mechanically Alloyed and Nanocrystalline Materials. 2006. P. 88.